

Paola Liquori

Teoria e modellizzazione dei sistemi parametrici vincolati

(2021)

I- LA GENERALIZZAZIONE DEL CONCETTO DI VINCOLO, DI CAMPO E DI POLARIZZAZIONE PER MEZZO DELLA STRUTTURA DELL' "ACCORDO DODECAFONICO OMNINTERVALLARE"¹

Definizione 1 Si definisce campo frequenziale ogni profilo diacronico-sincronico vincolato ed orientato.

Definizione 2 Si definisce orientamento la disposizione degli intervalli e/o delle frequenze vincolanti.

Definizione 3 Il campo frequenziale si dice polarizzato se le frequenze appartenenti ad esso sono polarizzate, cioè se hanno una collocazione fissa nello spazio frequenziale

1.1 L' *Accordo Dodecafonico Omnintervallare* in prospettiva particolare.

L'*Accordo Dodecafonico Omnintervallare* è un campo frequenziale polarizzato (**Def. 1,3**). Si tratta, nello specifico, di un campo dodecafonico. Contiene il totale cromatico con ciascun suono per una ed una sola volta, ossia tutti e soli gli elementi del campo frequenziale considerato. Le frequenze sono poste con il minor vincolo di ordinamento possibile, ossia sono decondizionate dalla sequenza nominale-posizionale di derivazione scalare. Tale vincolo rappresenta la massima generalizzazione possibile di una disposizione frequenziale, prevenendo che sia data per scontata l'appartenenza di determinate frequenze a determinati registri in base alla fondamentale scelta. Questo è possibile grazie alla maniera in cui, nella struttura *ADO*, viene inteso il concetto di vincolo intervallare e all'operazione svolta per mezzo di esso: la 4A è nucleo centrale generatore, o starter, il quale esplose divenendo cornice dell'accordo e si riverbera in maniera frattalica simmetricamente al nucleo e alla cornice. Non sarebbe possibile se, invece di porre l'intervallo vincolante generatore al centro e di moltiplicarlo dal centro all'esterno con fulcro sempre il centro, lo si ponesse alla base e si utilizzasse l'operazione di addizione, aggiungendo sempre lo stesso intervallo alla frequenza di arrivo. Si avrebbe cioè, così, una sequenza nominale-posizionale.

Possiamo così formalizzare la definizione di vincolo intervallare (e non l'operazione) utilizzato nella struttura *ADO*:

¹ I. Fedele: *Dispense del corso di Composizione dell'Accademia Nazionale di Santa Cecilia*.

Formalizzazione 1

$\forall i: \forall (f_a, f_b) \in CF, f_a \neq f_b \exists! [a, b] \equiv 4A$ (Vi Vincolo Intervallare, f_a, f_b frequenze e CF Campo Frequenziale)

1.2 L' Accordo Dodecafonico Omnintervallare in prospettiva generale.

L'Accordo Dodecafonico Omnintervallare è una **struttura generalizzante** in quanto supera le categorie della quantità e qualità: gli elementi e le relazioni tra essi che lo compongono si quantificano e si qualificano per mezzo della macro categoria generalizzante “tutti e soli” gli elementi e le relazioni tra essi appartenenti al campo considerato e possibili all'interno di esso.

Il campo considerato è C, avente cardinalità n . Geometricamente C è rappresentato per mezzo di un segmento di n unità.

Quindi si definisce **struttura generalizzante** in C qualsiasi sistema di n elementi ed $n-1$ relazioni.

C è un **campo generalizzato**.

Per modellizzare la struttura generalizzante indichiamo gli n elementi solamente con e_1 ed e_2 , cioè rendendo la struttura binaria ma comunque riproducibile fino ad n . Gli elementi e_1 ed e_2 sono, rispettivamente, l'estremo sinistro e l'estremo destro del segmento-relazione $R \subseteq C$.

Ne consegue che la somma tra tutti gli e_1 e tutti gli e_2 è uguale a n e che abbiamo $n/2$ e_1 ed $n/2$ e_2 .

Indichiamo tutte le proiezioni sinistre di e_1 con e_1^- e tutte le proiezioni destre di e_2 con e_2^+ , ossia indichiamo con $e_1 e_2$ il segmento-relazione centrale generatore, con $e_1^- e_2^+$ tutti i **segmenti di proliferazione** che hanno come segmento generatore $e_1 e_2$. Possiamo dire che il segmento $e_1 e_2$ è il **vincolo generalizzato** V_g in C. Esso è una relazione R tra e_1 ed e_2 .

Possiamo riscrivere la **Formal. 1** generalizzata:

$V_g: \forall (e_1, e_2) \in C, e_1 \neq e_2 \exists! [e_1, e_2] \equiv R$

Si intuisce che, se C ha cardinalità n e gli unici elementi tra gli n sono e_1 ed e_2 con $e_1 \neq e_2$, allora l'**ampiezza** di R è $n/2$, in simboli:

$[R] = n/2$.

[R] è lo **starter** della struttura.

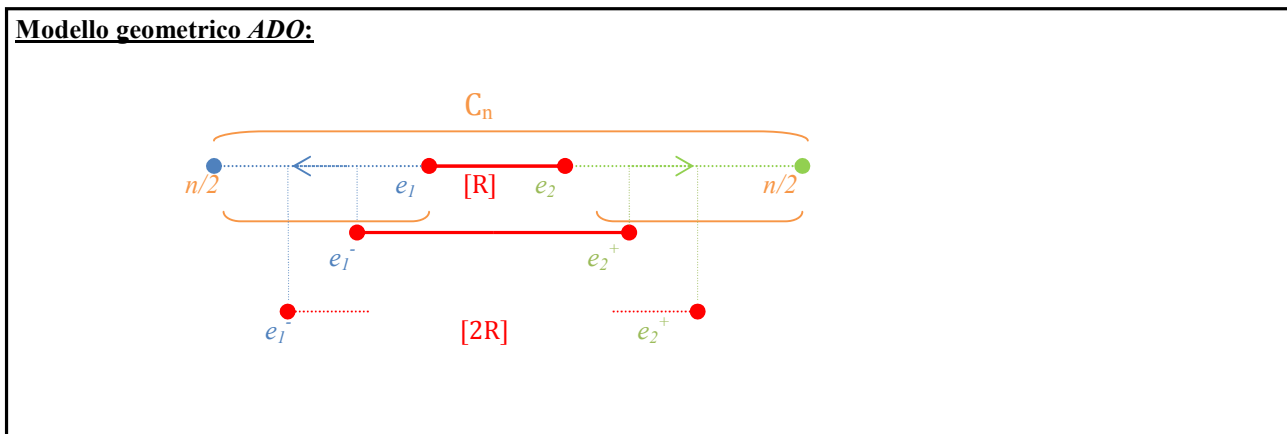
Affinché la struttura generalizzante si costituisca è necessaria un'operazione che determini la proliferazione dello starter.

Poiché la **struttura** è **chiusa** in C essa può proliferare fino a n unità, perciò l'operazione che parte dallo starter va da $n/2$ ad n , cioè da [R] a [2R], in simboli:

$$[*]:[R] \rightarrow [2R]$$

La stessa operazione [*] cioè, è vincolata ad n .

L'operazione [*] è detta **polarizzante**, in quanto, operando sull'ampiezza [R], restituisce l'ampiezza [2R], ossia determina le posizioni degli $n/2$ e_1^- e degli $n/2$ e_2^+ . Perciò diciamo che l'operazione [*] è una **polarizzazione generalizzata** (generalizzazione della Def. 3).



Il simbolo 2R non indica un raddoppio, ma un'espansione generalizzata.

II- I CONCETTI DI SPECIFICA E PARAMETRO

Il simbolo [] indica **la specifica** e significa che l'elemento generalizzato al suo interno è quantificabile. Un elemento quantificabile è detto **parametro**. Il parametro, cioè, assume un valore. In altre parole, la specifica attribuisce un valore all'elemento generalizzato che racchiude, il quale diventa parametro quantificato.

Il parametro è un elemento singolo, indivisibile. Una specifica può essere ridotta a parametro, perdendo, se la possiede, la sua ambivalenza.

2.1 Parametrizzazione della dicotomia $[e_1, e_2]$ dalla Formal. 1 generalizzata (ossia riduzione a parametro della specifica del segmento-relazione e_1e_2 per mezzo della struttura dell' "ACCORDO PIRAMIDALE"²)

Sappiamo dalla **Formal. 1 generalizzata** che $R \equiv [e_1, e_2]$, cioè che le **componenti** di R sono e_1, e_2 con $e_1 \neq e_2$, ossia che R è scomponibile nella specifica $[e_1, e_2]$.

Utilizzando la logica simbolica abbiamo che se $R \equiv [e_1, e_2]$ allora $[R] \equiv e_1, e_2$, ossia che l'ampiezza starter $[R]$ è scomponibile nelle componenti e_1 cioè lo **start** ed e_2 cioè lo **stop**.

Nella struttura dell' *Accordo Piramidale* che, generalizzando, è una **struttura a crescita stretta** o, simmetricamente, **a decrescenza stretta**, esistono degli **stop interni** che sono **ambivalenti**, e li indichiamo con **stop/start**. L' **ambivalenza stop/start** si indica con $[e]$.

Schema grezzo:

START \rightarrow STOP/START \rightarrow ... \rightarrow STOP

Quindi, lo schema stilizzato di una struttura crescente o decrescente è:

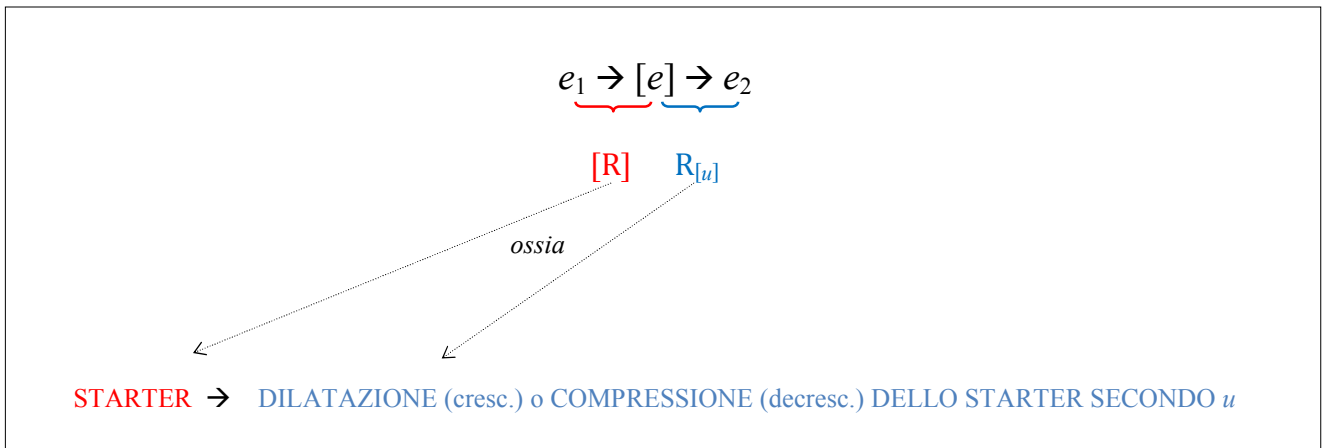
$e_1 \rightarrow [e] \rightarrow e_2$

² *ivi*

$[e]$ sarà crescente o decrescente secondo l'unità stabilita.

Nell'*Accordo Piramidale* particolare l'unità è costante, ma, in generale, può variare.

Più nel dettaglio lo schema stilizzato:



Abbiamo cioè una dilatazione (struttura crescente) o compressione (struttura decrescente) che può essere costante se u è costante (come nell' *A. P.* particolare) oppure variabile se u varia.

L'unità costante si dice **unità semplice**, l'unità variabile si dice **unità composta**.

Osserviamo che in *A.D.O.* R è centrale, in *A.P.* è iniziale.

2.2 Relazioni tra parametri

La specifica del segmento-relazione e_1e_2 $[e_1e_2]$ fornisce le coordinate dello starter $[R]$.

Il parametro $[e]$ è il **valore di innesto** dell'unità $[u]$.

Il parametro $[e]$ si dice **dipendente** dal parametro $[u]$, il quale $[u]$ assume l'entità di **coordinata-determinante**, ovverossia determina la posizione dello stop/start $[e]$. L'unità-parametro $[u]$ può essere costante, cioè **semplice**, oppure variabile, ossia **composta**.

Il parametro semplice o composto è il risultato dell'operazione polarizzante $[*]$ su $[u]$ e determina una **compressione (decrescente) o una dilatazione (crescente) di $[u]$** che può essere **costante o variabile**.

Si dice che i parametri $[e]$ ed $[u]$ sono in una **relazione circolare**.

La **composizione** dei parametri $[e]$ ed $[u]$ per mezzo dell'operazione polarizzante $[*]$ si indica con $R_{[u]}$, il quale si dice **segmento-relazione specifico** ed è un vincolo in funzione di $[u]$.

Il segmento-relazione specifico $R_{[u]}$ non ci dice se l'unità $[u]$ è semplice o composta, ma ci dice l'ampiezza di u .

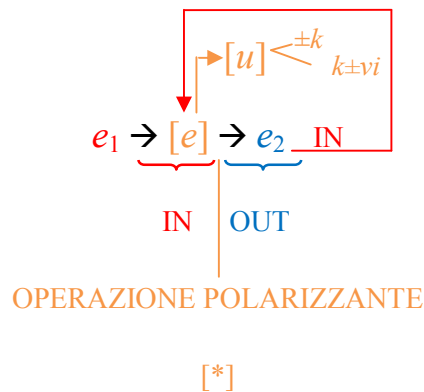
Per definire l'unità semplice o composta è necessario introdurre la **costante k** e il **valore v** .

In simboli:

$[u]^{\pm k}$: è l'unità semplice. Il simbolo $+$ indica che k è crescente (**dilatazione**), il simbolo $-$ che k è decrescente (**compressione**). k indica il valore costante di crescita o decrescenza, supposto $k \in C_n$.

$[u]^{k \pm v_i}$: è l'unità composta. Il simbolo k indica la costante (u^k **unità semplice starter**) alla quale si aggiunge (crescente, dilatazione) o sottrae (decrescente, compressione) un valore $v_1, v_2, \dots, v_n \in C_n$ tali che $k \pm v_i \in C_n$.

Modello circuitale AP



2.3 Tabella riassuntiva dei parametri e dei vincoli

PARAMETRI	VINCOLI
[R] : starter, sua ampiezza	R : segmento-relazione. Coincide con il vincolo
[e] : start/stop, parametro ambivalente	C_n : campo generalizzato di cardinalità n . è il campo di esistenza della struttura e fa sì che essa sia chiusa
[u] : unità semplice o composta	$R_{[u]}$: segmento-relazione specifico. Non ci dice se l'unità è semplice o composta
$[u]^{\pm k}$: unità semplice	
$[u]^{k\pm v_i}$: unità composta	

2.4 Generalizzazione e modellizzazione degli “*Accordi Dodecafonici per Sovrapposizione di Terze*”³ per mezzo dei parametri $[R]$ E $[u]^{\pm k}$

Gli *ADST* sono **strutture generalizzanti** in C , essendo un sistema di n elementi ed $n-1$ relazioni.

u è la minima suddivisione di C .

$[u]$ è la specifica di u , cioè ci dice qual è u , ossia quantifica u .

$[R]$ è lo starter.

Sappiamo che

$$R \equiv [e_1, e_2] \rightarrow [R] \equiv e_1, e_2$$

Allora scriviamo:

$$[R] + [u]^{\pm k} = e_1, e_2 + [u]^{\pm k} = e_1 + [u]^{\pm k}, e_2 + [u]^{\pm k} = R_{[u]}^{\pm k}$$

$[R] + [u]^{\pm k}$ si dice **relazione di proliferazione verticale**;

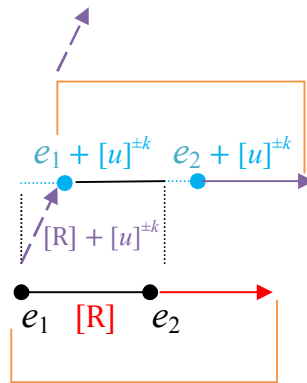
$e_1 + [u]^{\pm k}, e_2 + [u]^{\pm k}$ si dice **relazione di proliferazione orizzontale**;

$R_{[u]}^{\pm k}$ si dice **segmento-relazione specifico dell'unità semplice** ed è un vincolo.

Nell' *ADST* le compressioni $(-k)$ e le dilatazioni $(+k)$ possono alternarsi secondo diverse combinazioni, sia nella proliferazione orizzontale che nella proliferazione verticale.

³ *ivi*

Modello a blocchi ADST



LEGENDA:

— blocco

---► proliferazione del blocco (relazione di proliferazione verticale)